

Structure et Thermodynamique des Matériaux

TD
Corrigé

Laurent GAUTRON

Laboratoire Géomatériaux et Environnement (LGE, EA 4508)
Université Paris-Est Marne-la-Vallée
Laurent.Gautron@u-pem.fr

Exercice 1

1. Bonnes réponses, dans un ordre croissant de difficulté d'identification :

- **1 = A** : la structure monophasée est la plus ductile et la moins renforcée, car seuls les joints de grains et les atomes de soluté font obstacle au déplacement des dislocations. R_e a sa valeur minimum et A % sa valeur maximum. *Exemple : un alliage CFC monophasé, comme le laiton α .*
- **4 = C** : les gros précipités incohérents en forme d'aiguilles acérées provoquent un fort effet d'entaille et amorcent facilement des ruptures par décohesion des interfaces incohérentes, faiblement résistantes. Cette microstructure très fragilisante minimise les possibilités de déformation plastique. *Exemple : une fonte grise à graphite aciculaire.*
- **3 = E** : les fins précipités cohérents faiblement distants les uns des autres gênent fortement le déplacement des dislocations et provoquent un durcissement maximum ; leur forme sphérique et leurs interfaces cohérentes résistent bien à une déformation importante. *Exemple : un alliage à durcissement structural à l'état trempé et revenu optimal.*
- **2 = D** : les précipités sont plus finement dispersés et provoquent un fort durcissement par effet d'obstacle aux dislocations ; cependant, leur forme en plaquette avec une partie des interfaces incohérentes – donc faiblement résistantes – conduit à une perte de ductilité et à un endommagement interne plus rapide par rapport aux précipités sphériques cohérents. *Exemple : un alliage à durcissement structural à l'état trempé et sur-revenu.*
- **5 = B** : Les précipités sont volumineux, mais très espacés : leur effet d'obstacle au déplacement des dislocations n'est donc pas très prononcé et le matériau est peu renforcé. Les précipités sont incohérents, donc à interfaces peu résistantes : en dépit de leur forme à faible effet d'entaille, la décohesion des interfaces précipité/matrice favorise un endommagement interne précoce et réduit la ductilité du matériau par rapport à la microstructure N°1, mais moins que la microstructure N°4. *Exemple : une fonte grise à graphite sphéroïdal ou une fonte grise après traitement de malléabilisation.*



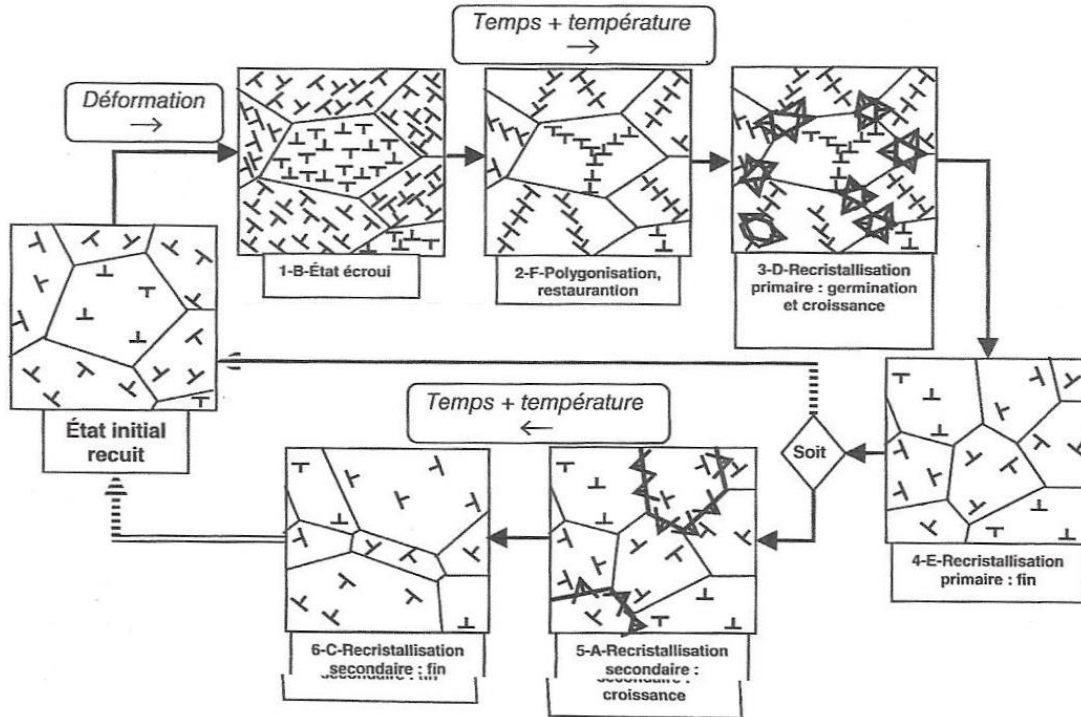
Remarque : la rigidité élastique du matériau reste pratiquement constante et insensible à la microstructure.

2. Selon le mécanisme de contournement d'Orowan, la cission τ à appliquer dans le plan de glissement des dislocations est inversement proportionnelle à la distance libre D entre deux obstacles. Elle s'exprime par : $\tau = \frac{2Gb}{D}$.

Application numérique : pour $D = 0,5 \mu\text{m}$, $\tau = 20 \text{ MPa}$; pour $D = 20 \text{ nm}$, $\tau = 500 \text{ MPa}$, soit un accroissement de 480 MPa. Cela signifie que les précipités issus de l'état d'équilibre ont peu d'influence sur la résistance du matériau ; il faut procéder au traitement thermique de trempé + revenu contrôlé pour obtenir une dispersion et une taille optimum des précipités.

Exercice 2

Bonnes réponses : 1. B. ; 2. C. ; 3. D. ; 4. E. ; 5. A. et 6. C.



Exercice 3

1.

Il faut d'abord déterminer le taux d'érouissage découlant de la déformation.

$$E = \frac{\left(\frac{15,2 \text{ mm}}{2}\right)^2 \pi - \left(\frac{12,2 \text{ mm}}{2}\right)^2 \pi}{\left(\frac{15,2 \text{ mm}}{2}\right)^2 \pi} \times 100 = 35,6\%$$

Selon la courbe du cuivre _____, la résistance à la traction est de 340 MPa. _____
 _____, l'allongement à la rupture est d'environ 7% lorsque le taux d'érouissage est de 35,6%.

2.

Examinons d'abord les conséquences (en ce qui concerne la limite conventionnelle d'élasticité et la ductilité) d'un écrouissage ramenant de 6,4 mm (soit d_0) à 5,1 mm (d_i) le diamètre de l'éprouvette de laiton.

$$\begin{aligned} E &= \frac{\left(\frac{d_0}{2}\right)^2 \pi - \left(\frac{d_i}{2}\right)^2 \pi}{\left(\frac{d_0}{2}\right)^2 \pi} \times 100 \\ &= \frac{\left(\frac{6,4 \text{ mm}}{2}\right)^2 \pi - \left(\frac{5,1 \text{ mm}}{2}\right)^2 \pi}{\left(\frac{6,4 \text{ mm}}{2}\right)^2 \pi} \times 100 \\ &= 36,5\% \end{aligned}$$

cette déformation produit une limite conventionnelle d'élasticité de 410 MPa et un allongement à la rupture de 8%. Sur la base des critères établis, nous pouvons affirmer que la limite conventionnelle d'élasticité est appropriée mais que l'allongement à la rupture est trop faible.

Il est également possible de procéder à une réduction partielle du diamètre, puis à un traitement thermique de recristallisation qui supprime les effets de l'écrouissage. Un deuxième étirage permet d'obtenir la limite conventionnelle d'élasticité, la ductilité et le diamètre voulus.

le taux d'écrouissage doit être de 20% pour que la limite conventionnelle d'élasticité atteigne 345 MPa. un allongement à la rupture supérieur à 20% ne s'obtient que lorsque le taux d'écrouissage d'une déformation n'excède pas 23%. Il s'ensuit que, lors de l'étirage final, le taux d'écrouissage doit être compris entre 20% et 23%. Prenons la moyenne de ces deux valeurs, soit 21,5%, et calculons le diamètre final, d'_0 , à l'issue du premier étirage, qui devient le diamètre initial du deuxième étirage.

$$21,5\% = \frac{\left(\frac{d'_0}{2}\right)^2 \pi - \left(\frac{5,1 \text{ mm}}{2}\right)^2 \pi}{\left(\frac{d'_0}{2}\right)^2 \pi} \times 100$$

Si on isole d'_0 , on obtient :

$$d'_0 = 5,8 \text{ mm}$$

Exercice 4

Pour déterminer le plan où se produira la rupture, il faut calculer la contrainte locale pour chacun des trous. Cette contrainte locale est égale à la contrainte appliquée multipliée par le facteur de concentration de contraintes associé au trou considéré. Ce facteur de concentration peut être déduit de la figure 4.5 du livre ou sur l'abaque ($K_{t, \text{trou}}$) du CD-Rom.

$$\text{Pour le plan A, on obtient: } \left(\frac{2r}{W} \right) = \frac{D}{B} = 0,25 \quad \Rightarrow \quad K_{tA} = 2,35$$

$$\text{Dans ce plan, la charge } F_A \text{ entraînant la rupture est égale à: } F_A = \frac{\sigma S_A}{K_{tA}}$$

où σ est égale à la résistance à la traction R_m du matériau (2100 MPa).

$$F_A = \frac{R_m (B - D) L}{K_{tA}} = \frac{2100(200 - 50)150}{2,35} = 2,01 \times 10^7 \text{ N} = 20,1 \text{ MN}$$

$$\text{Pour le plan B, on suit la même démarche: } \left(\frac{2r}{W} \right) = \frac{d}{L} = 0,133 \quad \Rightarrow \quad K_{tB} = 2,52$$

$$F_B = \frac{R_m (L - d) L}{K_{tA}} = \frac{2100(150 - 20)200}{2,52} = 2,17 \times 10^7 \text{ N} = 21,7 \text{ MN}$$

Comme $F_A < F_B$, la rupture se produira sur le plan A pour une force de 20,1 MN.

Exercice 5

a) Force à la rupture

La contrainte locale σ_y développée à la pointe de la fissure est égale à :

$$\sigma_y = \sigma_a \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{r}} \right) \quad (1)$$

où σ_a est la contrainte appliquée.

À la rupture, σ_y doit être la résistance théorique à la traction :

$$\sigma_y \cong \frac{E}{10} \quad (2)$$

En combinant les équations (1) et (2) et en réarrangeant, on obtient :

$$\sigma_a \cong \frac{E}{10} \left(\frac{1}{1 + 2\sqrt{\frac{a}{r}}} \right)$$

Avec les données numériques: $2\sqrt{\frac{a}{r}} = 2\sqrt{\frac{6 \times 10^{-6} \text{ m}}{0,2 \times 10^{-9} \text{ m}}} = 2\sqrt{3} \times 10^2 \gg 1$

Donc, on peut écrire l'équation (2) de façon simplifiée :

$$\sigma_a \cong \frac{E}{10} \frac{1}{K_t} = \frac{E}{10} \frac{1}{2\sqrt{\frac{a}{r}}} \quad \rightarrow \quad \sigma_a \cong \frac{70 \text{ GPa}}{10} \times \frac{1}{2\sqrt{3} \times 10^2} \cong 20 \text{ MPa}$$

Par définition, $\sigma_a = F/S$ où F est la force appliquée et S la section de la tige (ici 10 mm^2). Donc, on obtient :

$$F = \sigma_a S = 20 \text{ MPa} \times 10 \times 10^{-6} \text{ m}^2 = 200 \text{ N}$$

F = 200 N

b) Énergie élastique emmagasinée juste avant à la rupture

Le matériau étant fragile, il ne subit qu'une déformation élastique avant rupture et l'énergie W_{el} emmagasinée par unité de volume de matériau est celle représentée par l'aire sous la droite élastique $\sigma = f(\epsilon)$.

$$W_{el} = \frac{1}{2} \sigma_a \epsilon = \frac{1}{2} \frac{\sigma_a^2}{E}$$

Le volume V de la tige égal à $1S$, l'énergie W emmagasinée avant rupture sera:

$$W = W_{el} V = \frac{\sigma_a^2 1S}{E2}$$

Avec les données, on obtient (en système SI)

$$W = \frac{(20 \times 10^6)^2 \times 0,1 \times 10 \times 10^{-6}}{2 \times 70 \times 10^9} = 2,857 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$W = 2,8 \times 10^{-3} \text{ J}$

c) Caractéristiques de l'énergie élastique emmagasinée juste avant à la rupture

Cette énergie est une énergie purement élastique et est entièrement restituable à la rupture.

Exercice 6

a) Conditions énergétique et mécanique de propagation

1) Condition énergétique :

Pour un matériau fragile comme le verre, la condition énergétique de propagation se traduit par une valeur minimale de la contrainte nominale σ_{nom} appliquée afin que le défaut soit en situation énergétique favorable de se propager :

$$\sigma_{nom} = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}} \quad (1)$$

Avec les valeurs données, on obtient $\sigma_{nom} = 0,668 \text{ MPa}$ (2)

Pour que la condition énergétique soit satisfaite, la force F_{min} requise est donc égale à :

$$F_{min} = S\sigma_{nom}E_{min} = (100 \times 10 \times 10^{-6}) (0,668 \times 10^6) = 0,668 \text{ kN} \quad (3)$$

Comme la force appliquée à l'éprouvette est égale à 8 kN, la condition énergétique est donc amplement satisfaite.

2) Condition mécanique :

Pour un matériau quelconque, la condition mécanique de propagation se traduit par une valeur minimale de la contrainte nominale σ_{nom} appliquée afin que la contrainte locale σ_{loc} à la racine du défaut atteigne la valeur de la résistance à la traction R_m de ce matériau :

$$\sigma_{loc} = K_t \sigma_{nom} = R_m \quad (4)$$

où K_t est le facteur de concentration de contrainte associé au défaut. Ici, le défaut est semi-elliptique et K_t est égal à :

$$K_t = 1 + 2\sqrt{\frac{a}{r}} = 1 + 2\sqrt{\frac{10}{3}} = 4,65 \quad (5)$$

En combinant les équations 4 et 5 et en rappelant que la contrainte nominale σ_{nom} est égale à F/S , on obtient la valeur de la contrainte locale σ_{loc} s'exerçant à la racine du défaut pour une force F de 8 kN:

$$\sigma_{loc} = K_t \sigma_{nom} = K_t \frac{F}{S} = 4,65 \frac{8 \text{ kN}}{(100 \times 10) 10^{-6}} = 37,2 \text{ MPa}$$

La contrainte locale σ_{loc} de 37,2 MPa est inférieure à la résistance à la traction R_m (40 MPa) du matériau, donc la condition mécanique n'est pas satisfaite et il n'y aura pas rupture de la plaque de verre entaillée.